www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹/ ۶/ ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir	

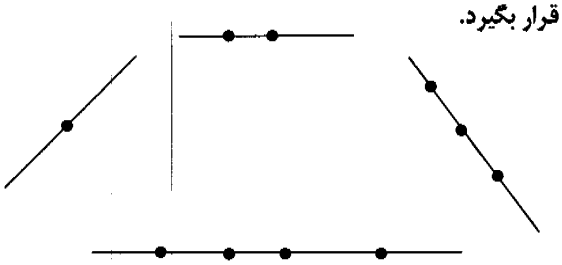
ردیف	سؤالات	نمره
۱	جای خالی را ، با عبارت های مناسب کامل کنید. الف) استدلال ..... ، روش نتیجه گیری کلّی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است. ب) هنگامی از استدلال ..... استفاده می کنیم ، که مطمئن هستیم ، نتیجه مسئله همیشه درست است. ج) احکامی که همیشه برقرار هستند را ..... می نامند. د) مثال نقض ، مثالی است که نشان می دهد نتیجه کلّی ..... است.	۱
۲	با استفاده از اصل استقراء ریاضی ، به ازای هر عدد طبیعی $n \geq ۲$ ، ثابت کنید : $۱+\sqrt{۲}+\sqrt{۳}+\cdots+\sqrt{n} > n$	۱/۵
۳	اگر A یک زیرمجموعه ۲۷ عضوی از اعداد طبیعی باشد و اعضای A را بر عدد ۲۶ تقسیم کنیم ، نشان دهید که حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۲۶ هستند.	۰/۷۵
٤	با استفاده از برهان خلف ، ثابت کنید که $\sqrt{۳}$ گنگ است.	۱/۲۵
۵	اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند ، ثابت کنید که رابطه زیر برقرار است : $\frac{a}{b^۲}+\frac{b}{a^۲} \geq \frac{۱}{a}+\frac{۱}{b}$	۱
٦	نمودار رابطه زیر را رسم کنید : $R=\{(x,y)\in R^۲ \mid \ |x-y| \leq ۱ \}$	۱
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند : الف) با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها درستی رابطه زیر را ثابت کنید. $[A\cap(A'\cup B)] \cup [B\cap(A'\cup B')]=B$ ب) ثابت کنید : $(A')'=A$	۲
۸	اگر $A=[-۵,۲]$ و $B=(-\infty,-۱)$ ، نمودار حاصلضرب دکارتی $A\times B$ را رسم کنید.	۰/۷۵
۹	اگر داشته باشیم : $(x,y)\ R\ (z,t) \Leftrightarrow y-t=۳(x-z)$ الف) ثابت کنید R یک رابطه هم ارزی است. ب) کلاس هم ارزی $[(۱,۲)]$ را بیابید.	۱/۷۵
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹/ ۶/ ۱۳۸۹	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	کیسه ای دارای ٤ مهره یکسان است که ۲ تا سفید و ۲ تا قرمز هستند ، از این کیسه ۲ مهره به تصادف خارج می کنیم مطلوب است : الف) فضای نمونه مناسب برای ترکیب رنگ های مهره های خارج شده را بنویسید. ب) پیشامد A آنکه فقط یکی از مهره ها سفید باشد. ج) پیشامد B آنکه حداقل یکی از مهره ها قرمز باشد. د) پیشامد $A \cup B'$ را بیابید.	۲
۱۱	یک کارت از میان ۳۰ کارت که از ۱ تا ۳۰ شماره گذاری شده اند ، به تصادف بیرون می آوریم ، احتمال آن را بیابید که : الف) عدد روی کارت مضرب ۲ یا ۳ باشد. ب) عدد روی کارت مضرب ۲ و ۳ باشد.	۲
۱۲	از میان ۱۰ نقطه مطابق شکل زیر ، ٤ نقطه به تصادف انتخاب می کنیم ، احتمال آن را بیابید که با این ٤ نقطه یک چهارضلعی ساخته شود که روی هر خط فقط یک رأس آن قرار بگیرد. 	۱/۵
۱۳	دانش آموزی به ۲۰ سؤال دو گزینه ای به تصادف پاسخ می دهد ، احتمال آن را بیابید که به ۱۲ سؤال پاسخ درست داده باشد.	۱
۱٤	تاسی به گونه ای ساخته شده که احتمال وقوع هر عدد زوج آن دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد آن است ، اگر در پرتاب این تاس ، A پیشامد وقوع عددی کوچکتر یا مساوی ۳ باشد ، $P(A)$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵	برای دو پیشامد دلخواه A و B ، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است : $P(A \cap B) \geq P(A) + P(B) - ۱$	۱
	« موفق باشید » جمع نمره	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹/ ۶/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

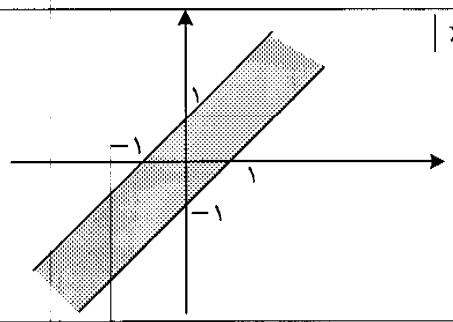
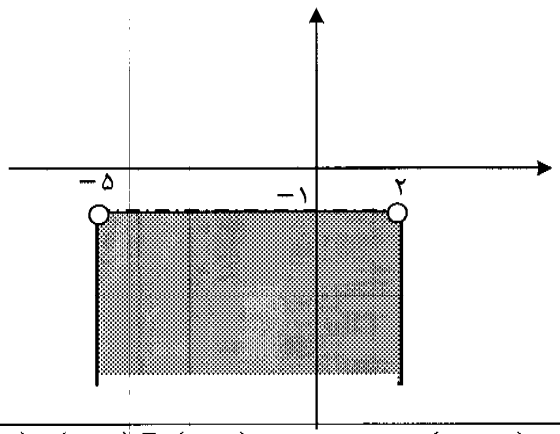
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) استقرایی ب) استنتاجی ج) قضایای کلی (قضیه) د) نادرست هر قسمت (۰/۲۵) نمره	۱
۲	$P(۲): ۱+\sqrt{۲} > ۲$ (۰/۲۵) فرض استقراء $P(k): ۱+\sqrt{۲}+\cdots+\sqrt{k} > k$ (۰/۲۵) حکم استقراء $P(k+۱): ۱+\sqrt{۲}+\cdots+\sqrt{k}+\sqrt{k+۱} > k+۱$ (۰/۲۵) به طرفین فرض $\sqrt{k+۱}$ را اضافه می کنیم (۰/۲۵) $۱+\sqrt{۲}+\cdots+\sqrt{k}+\sqrt{k+۱} > \underbrace{k+\sqrt{k+۱} \overset{?}{>} k+۱}_{\sqrt{k+۱} > ۱}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ این گزاره همواره درست چون $k \geq ۲$ است ، پس حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵)	۱/۵
۳	۲۷ عضو مجموعه A = تعداد کبوترها ، $\{۰, ۱, \cdots, ۲۵\}$ = باقیمانده های تقسیم بر ۲۶ = تعداد لانه ها (۰/۲۵) (۰/۲۵) ۲۶ < ۲۷ بر طبق اصل لانه کبوتر حتماً حداقل دو عدد باقیمانده یکسانی بر ۲۶ را دارند. (۰/۲۵)	۰/۷۵
٤	برهان خلف : $\sqrt{۳} \in Q \Rightarrow \sqrt{۳} = \frac{a}{b}$, $(a,b)=۱ \Rightarrow ۳ = \frac{a^۲}{b^۲} \Rightarrow a^۲ = ۳b^۲ \Rightarrow (a = ۳k)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow (۳k)^۲ = ۳b^۲ \Rightarrow ۹k^۲ = ۳b^۲ \Rightarrow (b = ۳k') \Rightarrow (a,b) = ۳$ (۰/۲۵) پس a , b هر دو مضربی از ۳ هستند و نسبت به هم اول نیستند ، پس به تناقض رسیده وحکم اصلی درست است. (۰/۲۵)	۱/۲۵
۵	$\frac{a}{b^۲}+\frac{b}{a^۲} \geq \frac{۱}{a}+\frac{۱}{b} \Leftrightarrow \frac{a^۳+b^۳}{a^۲b^۲} \underset{(۰/۲۵)}{\geq} \frac{a+b}{ab} \Leftrightarrow \frac{(a+b)(a^۲-ab+b^۲)}{ab} \geq a+b$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow a^۲-ab+b^۲ \geq ab \Leftrightarrow a^۲-۲ab+b^۲ \geq ۰ \Leftrightarrow (a-b)^۲ \geq ۰$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست وبرطبق استدلال برگشتی و برگشت پذیر بودن روابط حکم درست است. (۰/۲۵)	۱
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹/ ٦/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
٦	$\lvert x-y\rvert \le ۱ \Rightarrow -۱ \le x-y \le ۱$ (۰/۲۵) رسم هر خط (۰/۲۵) و ناحیه مشترک (۰/۲۵) 	۱
۷	(الف $[A\cap(A'\cup B)]\cup[B\cap(A'\cup B')]=[(A\cap A')\cup(A\cap B)]\cup[(B\cap A')\cup(B\cap B')]=$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $[\phi\cup(A\cap B)]\cup[(B\cap A')\cup\phi]=(A\cap B)\cup(B\cap A')=B\cap(A\cup A')=B\cap U=B$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $(A')'=\{x\mid x\in U\ ,\ x\notin A'\}=\{x\mid x\in U\ ,\ x\in A\}=A$ (۰/۵) (۰/۲۵)	۲
۸	مشخص کردن قسمت A و B هر قسمت (۰/۲۵) مشخص شدن محل مشترک $A\times B$ (۰/۲۵) 	۰/۷۵
۹	الف) رابطه بازتابی (۰/۲۵) ۱) $(x,y)\,R\,(x,y)\Rightarrow y-y=۳(x-x)\Rightarrow ۰=۰$ ۲) $(x,y)\,R\,(z,t)\Rightarrow(z,t)\,R\,(x,y)$ $(x,y)\,R\,(z,t)\Rightarrow y-t=۳(x-z)\Rightarrow -(t-y)=-۳(z-x)\Rightarrow t-y=۳(z-x)\Rightarrow$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) رابطه تقارنی $(z,t)\,R\,(x,y)$ ۳) $(x,y)\,R\,(z,t)\ ,\ (z,t)\,R\,(e,f)\Rightarrow(x,y)\,R\,(e,f)$	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۹/ ۶/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	دو رابطه را جمع می کنیم $\left.\begin{array}{l}(x,y)\,R\,(z,t) \Rightarrow y-t=۳(x-z)\\ (z,t)\,R\,(e,f) \Rightarrow t-f=۳(z-e)\end{array}\right\} \Rightarrow y-f=۳(x-e) \Rightarrow (x,y)\,R\,(e,f)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) رابطه تعدی چون هر سه خاصیت را دارد ، پس رابطه هم ارزی است. ب) $[(۱,۲)]=\{(x,y) \mid (x,y)\,R(۱,۲)\} \Rightarrow y-۲=۳(x-۱) \Rightarrow y=۳x-۱$ (۰/۵)	
۱۰	$S=\{$ (ق و ق) و (س و ق) و (ق و س) و (س و س) $\}$ (۰/۵) $A=\{$ (س و ق) و (ق و س) $\}$ (۰/۵) $B=\{$ (ق و ق) و (س و ق) و (ق و س) $\}$ (۰/۵) $A \cup B' =\{$ (س و س) و (س و ق) و (ق و س) $\}$ (۰/۵)	۲
۱۱	الف) $S=\{۱,۲,\ldots,۳۰\}$ (۰/۲۵) ، $A=\{۲,۳,۴,۶,۸,۹,۱۰,۱۲,۱۴,۱۵,۱۶,۱۸,۲۰,۲۱,۲۲,۲۴,۲۶,۲۷,۲۸,۳۰\}$ (۰/۷۵) $P(A)=\frac{۲۰}{۳۰}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) ب) $B=\{۶,۱۲,۱۸,۲۴,۳۰\}$ (۰/۵) ، $P(B)=\frac{۵}{۳۰}=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵)	۲
۱۲	هر قسمت نوشته شده صورت کسر (۰/۲۵) $P(A)=\frac{\binom{۱}{۱}\binom{۲}{۱}\binom{۳}{۱}\binom{۴}{۱}}{\binom{۱۰}{۴}}=\frac{۲۴}{۲۱۰}=\frac{۴}{۳۵}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۵
	« ادامه در صفحه ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : جبر و احتمال	رشته‌ی : ریاضی فیزیک	ساعت شروع : ۹ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۹/ ۶/ ۱۳۸۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http: //aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$P(A)=\dfrac{\binom{۲۰}{۱۲}}{۳^{۲۰}}$ (۰/۵) (۰/۵)	۱
۱۴	$P(۲)=P(۴)=P(۶)=۲x$ (۰/۵) $P(۱)=P(۳)=P(۵)=x$ $P(۱)+P(۲)+\cdots+P(۶)=۱ \Rightarrow ۹x=۱ \Rightarrow x=\frac{۱}{۹}$ (۰/۵) $A=\{۱,۲,۳\} \Rightarrow P(A)=x+۲x+x=۴x=\frac{۴}{۹}$ (۰/۵)	۱/۵
۱۵	$P(A\cup B)\le ۱ \Rightarrow P(A)+P(B)-P(A\cap B)\le ۱ \Rightarrow$ (۰/۵) اصل کولموگروف (۰/۲۵) $P(A\cap B)\ge P(A)+P(B)-۱$ (۰/۲۵)	۱
	جمع نمره	۲۰

مصححین گرامی :

لطفاً برای راه حل های صحیح دیگر هم به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com